www.czasopisma.pan.pl PAN www.journals.pan.pl
POLSKA AKADEMIA NAUK

Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 25: 2016, Nr 4 (100), ISSN 1230–1493

Stanisław Krajewski

Czy Gödel unicestwił marzenie Leibniza?

Słowa kluczowe: *G.W. Leibniz, K. Gödel, mechanizacja myślenia, sztuczna inteligencja, twierdzenia limitacyjne*

1. Marzenie Leibniza: mechanizacja rozumowań

Już w młodzieńczej, opublikowanej w 1666 roku, rozprawie Leibniza *De arte combinatoria* zawarta została idea sprowadzenia rozumowania do rachunku – na wzór matematyki. Leibniz nie był pierwszym filozofem, który to zaproponował. Na przykład Hobbes utożsamiał rozumowanie z obliczaniem, a właściwie z dodawaniem i odejmowaniem (zob. Couturat 1901, s. 96). Leibniz ujął tę ideę w sposób bardziej przenikliwy, a przy tym – w przeciwieństwie do Hobbesa – chciał ją stosować wobec pojęć ogólnych, a nie tylko konkretnych obiektów (por. Couturat 1901, s. 471). Potem wracał do niej wielokrotnie, rozbudowując instrumenty potrzebne do jej wprowadzenia w życie. Od początku uznał, że niezbędna jest analiza pojęć, stworzenie listy pojęć prostych, z których powstają pojęcia złożone przez kombinowanie. To z kolei wymaga utworzenia swoistej encyklopedii pojęć, co jest osobnym wielkim zadaniem. Niezależnie od tego należy dążyć do symbolicznego przedstawienia pojęć przez proste znaki i ich kombinacje. To z kolei umożliwia liczbową reprezentację symboli, bo uwieńczeniem przyporządkowania symbolom liczb mają być operacje na liczbach jako odpowiedniki operacji kombinowania pojęć. Na przykład proste pojęcia mogą być reprezentowane przez liczby pierwsze, a złożone przez ich iloczyny. Ilustracja, którą Leibniz podaje nieco później, bo w roku 1678, w opracowaniu *Lingua generalis* (zob. Couturat, s. 62), jest sugestywna: jeśli zwierzę to 2, a istota rozumna to 3, to wtedy człowiek to 2×3, czyli 6. Człowiek bowiem to zwierzę rozumne.

Już we wspomnianym, młodzieńczym opracowaniu pisze Leibniz o możliwości ślepego rozumowania – *caeca cogitatio* – czyli mechanicznego operowania na symbolach bez rozumienia ich sensu, tak jak to się czyni w technikach rachunkowych. Zdanie „człowiek jest zwierzęciem rozumnym” można przedstawić, korzystając z wymienionych oznaczeń, jako równość 6 = 2 × 3. Naturalna wydaje się więc myśl, by wszelkie stwierdzenia przedstawiać w podobny sposób, a rozumowania ujmować jako kroki rachunku.

Poszukiwanie języka uniwersalnego było w centrum zainteresowania różnych uczonych w XVII wieku, ale Leibniz chciał stworzyć nie tylko język, ale też ideografię. Jak napisał w liście do Oldenburga, chodziło mu o znaki, które bezpośrednio reprezentują oznaczane przez siebie rzeczy (Couturat 1901, s. 60–61). Program stworzenia *characteristica universalis*, czyli, rzec można, semiotyki ogólnej, miał naśladować metodę znaną z algebry (Couturat 1901, s. 83). Miałoby to prowadzić do stworzenia algebry logiki, *calculus ratiocinator*, stosowalnej do dowolnych rozumowań. W 1678 r. (list do Tschirnhausa) pisał, że „to nic innego niż operowanie na charakterach, co ma miejsce nie tylko w obliczaniu wielkości, ale też w dowolnym innym rozumowaniu (*in omni alia ratiocinatione*)” (Couturat 1901, s. 96, przyp. 2). Taki rachunek rozumowy był wedle Leibniza rzeczą dotychczas nieznaną (*res hactenus ignorata*). Jego zaistnienie pozwoliłoby na niepowątpiewalne zakończenie wielu sporów. Jeden z tytułów jego prac stanowi, że celem jest *arriver à quelque certitude* oraz *finir une bonne partie des disputes* (por. Couturat 1901, s. 97, przyp. 1). Najsłynniejszy opis tej wizji zawarty jest w tekście powstałym po roku 1684 (jak podaje za Gerhardtem Gordon 1974, s. 269), ale mającym odpowiedniki wcześniej, np. w liście z 1678 r. (por. Couturat 1901, s. 98, przyp. 3): gdybyśmy mieli do dyspozycji taki rachunek, to „każdy paralogizm okazałby się nie czym innym, jak błędem w rachunku, a sofizmat wyrażony w tego rodzaju nowym piśmie nie byłby naprawdę niczym innym jak niewłaściwym użyciem znaku” (Gordon 1974, s. 248). Spory dałoby się rozwiązywać, zasiadając „do tablicy rachunkowej” i proponując: „Porachujmy!” (tamże, s. 249). To jest owo słynne *Calculemus* Leibniza.

Leibniz miał też wizję maszyny, która dokonuje odpowiednich obliczeń. Jego wyobrażenia karmić się mogły jego własnym osiągnięciem: w 1673 roku skonstruował on kalkulator, który mnożył i dzielił, a w 1674 maszynę algebraiczną do rozwiązywania równań (Couturat 1901, s. 115). Było to o tyle znaczące, że w owych czasach, podkreśla Witold Marciszewski, mało kto umiał dokonywać tych operacji, nawet mnożenia dużych liczb, a zatem można było mieć nadzieję, że odpowiednia maszyna logiczna będzie rozumować lepiej niż człowiek (Marciszewski 1997).

Leibniz chciał więc doprowadzić do mechanizacji rozumowań. Należy wszelako podkreślić, że mechanizacja rozumowań nie miała być wedle niego mechanizacją myślenia, tzn. wszelkich czynności umysłowych. Uważał bowiem, że rozumowania muszą operować na danych, które mogą się brać tylko z postrzeżeń, a postrzeganie ma inny charakter, niepoddający się mechanizacji. Marciszewski, omawiając stosunek Leibniza do obecnych projektów sztucznej inteligencji, wprowadza rozróżnienie na Leibniza-inżyniera, wierzącego w potencjalną moc maszyn, oraz Leibniza-metafizyka, przekonanego, że ciało organiczne ma nieskończoną komplikację, a zatem przewyższa wszelkie maszyny (Marciszewski 1997).

2. Wersja współczesna: logika matematyczna

Louis Couturat wprowadził do obiegu naukowego systemy logiczne Leibniza i wedle Reschera dowiódł, że one „szkicują (*adumbrate*) pojęcie systemu logistycznego" we współczesnym sensie (Rescher 1954, s. 1). Couturat uważa nawet, że logika jest jądrem rozważań Leibniza, bo jego system jest „panlogizmem" (Couturat 1901, s. XI). Należy dodać, że Leibniz uważał, że wszelkie prawdy można wysłowić jako zdania podmiotowo-orzecznikowe, a zatem logikę rozumiał na modłę sylogistyki. Mimo prób rozszerzenia zakresu logiki, pozostał w kręgu wyznaczonym przez Arystotelesa. Ponadto każda prawda jest dla Leibniza analityczna i dlatego z rozważań logicznych wynika wszystko; z nich się wzięły – jak napisał sam Leibniz w liście do Fardelli (Couturat 1901, s. IX) – jego największe osiągnięcia, zarówno filozoficzne, jak i matematyczne. Nie da się ich całkowicie rozdzielić – zauważa Couturat i wyraża żal, że najpoważniejsze wydanie pism Leibniza (dokonane przez Gerhardta) jest podzielone na dwie części – filozoficzną i matematyczną.

Idee Leibniza zostały w dojrzalszej formie zrealizowane w wieku XIX. Idea rachunku logicznego została wprowadzona przez Boole'a i jego następców. Idea rachunku pojęć została podjęta przez Fregego w *Begriffsschrift*. Cała współczesna logika na tym buduje. Potem przyszedł Peano, a następnie Russell, który sformułował program logicyzmu. Wreszcie Hilbert już w wieku XX – w odpowiedzi na paradoksy dotyczące nieskończoności, którą bez zahamowań wprowadził do matematyki Cantor – rozwinął swój program, w którym formalne traktowanie tekstów stało się świadomą techniką. Umożliwiło to metamatematykę, czyli matematyczne badanie teorii matematycznych, ujmowanych jako powstające wedle ścisłych reguł korpusy ciągów symboli.

Bezpośredni wpływ Leibniza na rozwój logiki jest kwestią dyskusyjną. Wiele pomysłów pojawiło się niezależnie, bo teksty Leibniza nie były znane. Z drugiej strony jest faktem, że Leibniz komunikował swoje pomysły w licznych rozmowach i listach, więc mogły one wywrzeć wpływ w sposób trudno dzisiaj uchwytny. Należy ponadto podkreślić, że wspomniane metody, systemy i teorie logiczne – od Boole'a do Hilberta – były nie tylko dojrzałymi sformułowaniami wielu idei, które wyraził Leibniz, ale ich zastosowanie w całej rozciągłości zostało stopniowo zawężone do matematyki. Dla Leibniza matematyka była wzorcem, ale chodziło mu o wszelkie rozumowania. Wydaje się, że podobnie szeroko ujmowali sprawy pozytywiści logiczni w okresie międzywojennym. Jednak później ich program uległ erozji. Okazało się, że sprowadzenie wszystkich rozważań naukowych do logiki i empirii nie jest możliwe. Marzenie Leibniza mogłoby jednak być kontynuowane w odniesieniu do matematyki – gdyby nie Gödel.

Przez pierwszy okres swoich badań Gödel poruszał się w zasadzie w ramach wyznaczonych przez program Hilberta. Program ten polegał na tym, by – korzystając z osiągnięć logicyzmu – podstawowe pojęcia matematyczne ująć w jednolitym systemie aksjomatycznym, skodyfikować sposoby dowodzenia, w konsekwencji stworzyć system formalny, w którym wszelkie ruchy i ich poprawność zależą jedynie od formy wyrażeń. Celem było stworzenie takiego systemu formalnego, w którym – w teorii, bo oczywiście nie w praktyce – da się wyrazić każde stwierdzenie matematyczne, a przy tym prawda matematyczna okaże się identyczna z dowodliwością w tym systemie. Ostatecznym celem było znalezienie nieodpartego – bo całkowicie elementarnego – dowodu niesprzeczności tego systemu, a więc i całej matematyki. To pozwoliłoby na zneutralizowanie paradoksów.

Możemy więc powiedzieć, że marzenie Leibniza w formie, którą wypracowali Frege, Russell, Hilbert, brzmi następująco: w matematyce zdanie prawdziwe to zdanie dowodliwe (w ustalonym, wszechogarniającym systemie)

Jest rzeczą szeroko znaną, że Gödel udowodnił twierdzenie limitacyjne, wedle którego owego marzenia nie da się zrealizować. Mianowicie teoria formalna zawierająca arytmetykę elementarną nie dowodzi pewnych prawdziwych zdań arytmetycznych. Zamiast wyjaśniać, co znaczą użyte tu terminy (teoria formalna, arytmetyka elementarna, zawieranie się w niej zdań), co można wyczytać w wielu miejscach (w tym w mojej książce: Krajewski 2003, gdzie są też omówione dowody tego twierdzenia i innych pokrewnych twierdzeń), zauważmy, że wynik Gödla można sformułować, używając terminów bliższych kulturze współczesnej. Mianowicie żaden program, który (działając na komputerze) produkuje tylko prawdziwe zdania arytmetyki elementarnej, nie może (nawet działając nieskończenie długo) wyprodukować ich wszystkich. Należy dodać, że tzw. drugie twierdzenie Gödla zniweczyło marzenie Hilberta, by dowieść w sposób absolutnie pewny niesprzeczności matematyki.

Jednak wnioski z twierdzenia Gödla nie są aż tak radykalne, jak to się zwykle sądzi. Twierdzenie to nie wyklucza, że ogół prawd arytmetycznych dostępnych dla ludzi jest produkowany przez jakiś program. Nie wyklucza zatem tego, że *ludzka* matematyka da się zmechanizować. Gdyby taki program istniał, to my, ludzie, nie moglibyśmy dowieść tej własności owego programu, ani nawet jego niesprzeczności. Co więcej, nie bylibyśmy w stanie stworzyć takiego programu, czy też systemu dowodzenia prawd matematycznych, w normalny sposób, czyli tak, jak się zwykle buduje teorie matematyczne. Zauważył to sam Gödel (zob. Krajewski 2003, 2011, 2015). Są więc granice dla formalizacji. Gdyby Leibniz poznał ten fakt, to – podobnie jak Hilbert – nie byłby szczęśliwy.

Należy podkreślić, że w swoich rozważaniach Gödel kontynuował wątki wprowadzone przez Leibniza. Był zresztą wielbicielem Leibniza i studiował jego pisma (zob. Atten 2015). Te ogólne wątki Leibnizjańskie to przede wszystkim matematyzacja poznania, czyli szukanie ujęć ilościowych, mechanicznych, algorytmicznych, formalnych, oraz poszukiwanie ścisłych pojęć, a mianowicie pojęć apriorycznych, które trzeba odkryć w gąszczu naszych doświadczeń. Z tych koncepcji Leibniz byłby bardzo zadowolony.

Ponadto warto podkreślić, że dowodząc swoich twierdzeń, Gödel doprowadził do doskonałości Leibnizjański pomysł arytmetyzacji, czyli arytmetycznej reprezentacji idei. Ta technika, zwana też gödelizacją, stosuje się zasadniczo do teorii sformalizowanych. A zarazem dokonania Gödla spowodowały naruszenie optymistycznego przekonania Leibniza, że program stworzenia wyczerpującej ideografii da się zrealizować.

3. Komputery

Niezależnie od ograniczeń, jakie musi napotkać formalizacja z powodu twierdzeń limitacyjnych, istnieje obecnie, i burzliwie się rozwija, taka sfera ludzkiej działalności, która zdaje się potwierdzać marzenia Leibniza. Mianowicie próby tworzenia sztucznej inteligencji (AI) są swoistym potwierdzeniem wizji, którą miał Leibniz. Mówił on nie tylko o ślepym obliczaniu, ale i o *filum cogitationis*, które według Marciszewskiego należy rozumieć jako algorytmiczną metodę rozumowania (zob. Marciszewski 1997). Chodzi bowiem o przekształcanie symboli traktowanych jako obiekty fizyczne. „Każdy głupi" (*stupidissimus*) może wykonać te kroki, postępując bezmyślnie wedle instrukcji (Couturat 1901, s. 91, przyp. 2). Tak przecież działa komputer!

Rozwój komputerów, które są podstawowym filarem współczesnego świata, korzysta zresztą z pewnego ważnego odkrycia Leibniza. Wprowadził on bowiem, a w każdym razie w pełni rozwinął, system dwójkowy, który jest fundamentem architektury komputerów. System ten zachwycił Leibniza do tego stopnia, że mówił o nim, używając języka religijnego. „By rozwinąć wszystko z nicości, wystarczy jedność (*unum*)" (cyt. za: Breger 2005, s. 491). Chodzi o możliwość zapisu z użyciem jedynie symboli 0 i 1, a dla Leibniza

0 to pustka i ciemność przed Stworzeniem (biblijne *tohu wawohu*), zaś 1 to Bóg, który jest Jednością.

Nie tylko liczby można zapisać używając wyłącznie 0 i 1, ale też można uważać, że wszystko tak da się ująć. Ta idea pitagorejska nabrała nowego sensu w epoce cyfrowej dzięki komputerowej symulacji rzeczywistości (por. Krajewski 2011). Rozwija się więc zarówno sztuczna inteligencja, choćby programy szachowe, które zaiste postępują w sposób ślepy, ale skuteczny, a zatem potwierdzają intuicję Leibniza, jak i komputerowa symulacja rzeczywistości, która polega na tym, że opisywane zjawiska rozbijane są na elementy składowe, których własności można zawrzeć w równaniach, tworząc w ten sposób cyfrową wersję zjawiska. To z kolei jest raczej niezgodne z intuicją Leibniza, który uznawał, że percepcja ma charakter niemechaniczny, a zatem – można sądzić – nie powinna się dać symulować cyfrowo. Tymczasem coraz lepiej reprezentujemy rzeczywistość. Czy to jest już sztuczna percepcja? Na tak postawione pytanie nie ma jasnej odpowiedzi, bo nie jest oczywiste, jak ma wyglądać rozszerzenie pojęcia percepcji. Niemniej funkcję percepcji spełniają np. kamery i odpowiednie programy, przy czym – jak powszechnie wiadomo – czynią to na tyle dobrze, by samochody mogły jeździć samodzielnie.

Ważną częścią wizji Leibniza było rozkładanie idei złożonych na proste składniki, aby naśladować ich składanie na poziomie symboli odpowiadających ideom (por. list do Tschirnhausa z 1678 r.; zob. Couturat 1901, s. 91, przyp. 4). Można powiedzieć, że cyfryzacja jest wyrafinowaną realizacją tej wizji. Ważne aspekty i fragmenty czynności umysłowych mogą więc być zmechanizowane. Są jednak w tym względzie ograniczenia i to nawet w odniesieniu do matematyki, która powinna być najwdzięczniejszym polem zastosowania programu takiego ujmowania świata. Bo to, że trudno ująć jako złożenie idei prostych taką ideę jak sprawiedliwość, nie jest dziwne. Jednak nawet w matematyce nie da się jednoznacznie opisać tak podstawowego i, wydawałoby się, prostego pojęcia, jak pojęcie zbioru. Przyjęte opisy nie przesądzają ważnych własności, np. prawdziwości hipotezy *continuum*, a ponadto istnieją różne formalizacje pojęcia zbioru (nieskończonego). Nie da się obiektywnie ustalić, która jest właściwa. Można z tego wywnioskować, że zbiór nie jest tak prostym pojęciem, jak by się mogło wydawać. Może w poszukiwaniu pojęć bazowych lepiej będzie zwrócić się do najprostszego, a w każdym razie najzupełniej podstawowego pojęcia, jakim jest nasze pojęcie liczby naturalnej (chodzi o liczby: 1, 2, 3, 4...)? Otóż okazuje się, że i ono nie może być w pełni opisane, a zatem nie da się go przekazać komputerowi w nadziei, że będzie je „rozumiał" tak jak my. Jest to wniosek z twierdzenia Gödla. Ściślej mówiąc, to my – my, ludzie – nie możemy sformułować takiego opisu, bo jest teoretycznie możliwe, choć oczywiście niezmiernie mało prawdopodobne, że jakiś hipotetyczny ponadludzki umysł może zrobić opis, który ujmie ludzkie rozumienie liczb w sposób, który da się wszczepić komputerowi (por. Krajewski 2003).

Inne ograniczenia programu komputeryzacji czynności umysłowych stały się widoczne dopiero w wyniku przeszkód uniemożliwiających pełne komputerowe ujęcie języka naturalnego tak, by robot mógł go używać tak jak człowiek. Kolejną głęboką trudnością, którą napotkała AI, jest niemożność zaprogramowania takich cech jak humor. Wspólnym mianownikiem obu wspomnianych ograniczeń – i zapewne wielu innych – jest fundamentalna rola, jaką w porozumiewaniu odgrywa kontekst. Rozumienie wymaga uwzględnienia kontekstu, w którym funkcjonują słowa, idee, symbole. To zaś oznacza konieczność posiadania adekwatnego obrazu świata. Wszelkie symulacje komputerowe ujmują tylko pewne aspekty świata. Wiele da się symulować, ale nie wszystko.

Jak wskazał Gödel, nawet w matematyce nieodzowne jest rozumienie, intuicja, sens. Tym bardziej poza matematyką. Nie damy rady wszystkiego zmechanizować, skomputeryzować. Jeżeli uznać, że Leibniz chciał w rozumowaniach zastąpić semantykę syntaksą, to jest to marzenie niemożliwe do pełnego zrealizowania. Jak pokazuje historia AI, można w jakimś stopniu osiągnąć cyfryzację, ale w pewnym momencie napotykamy fundamentalne trudności. Uważam ponadto – wbrew przekonaniu wielu filozofów analitycznych – iż w pełni nie tylko nie da się zastąpić semantyki syntaksą, ale nawet pragmatyki logicznej semantyką. Pragmatyka logiczna wymaga bowiem uwzględnienia podmiotu, który wypowiada zdania i je rozumie. Podmiot ma jakieś intencje, a przede wszystkim swój zestaw odniesień, świat, w którym funkcjonuje. Odbiorca może komunikat zrozumieć tylko wtedy, gdy w dostatecznym stopniu dzieli ten świat z nadawcą. Leibniz zapewne nie doceniał tych uwarunkowań. Nie jest to zaskakujące, bo on dopiero zaczynał próby mechanizacji rozumowań. Z drugiej strony doceniał komplikację świata: materia jest „podzielna w nieskończoność”, a „każde ciało doznaje oddziaływania wszystkich ciał uniwersum” (Gordon 1974, s. 161). Byłby więc Leibniz zabezpieczony przed utożsamianiem rzeczywistości, która ma nieskończony kontekst, z jej modelami komputerowymi, które siłą rzeczy funkcjonują w skończonych, ograniczonych ramach, uwzględnionych przez programistów. Natomiast roli kontekstu i stojącego u podstaw odbioru złożonych komunikatów obrazu świata nie doceniają entuzjaści AI. Być może muszą być tak nastawieni, żeby osiągać praktyczne sukcesy w cyfryzacji i komputeryzacji różnych czynności, które dotąd wykonywał tylko człowiek. Jednak obraz świata kształtuje się w nas w procesie wychowania, nie da się go po prostu zaprogramować. Dlatego wprowadzone zostały programy, które się uczą, i próbuje się wszczepiać w komputery coś na kształt emocji (o potrzebie tego mówię nieco więcej w: Krajewski 2011, rozdz. 4). Czy to przyniesie skutek? Czy ograniczenia w realizacji marzenia o sztucznej inteligencji, czyli przedłużenia marzenia Leibniza, są nie do przezwyciężenia? Mimo doświadczeń, które mamy dzięki komputerom i informatyce, wydaje się, że nie wiemy tego lepiej niż Leibniz.

Bibliografia

Atten Mark van (2015), *Essays on Gödel's Reception of Leibniz, Husserl, and Brouwer*, Springer.

Breger Herbert (2005), *God and Mathematics in Leibniz's Thought*, w: T. Koetsier, L. Bergmans (ed.), *Mathematics and the Divine: A Historical Study*, Elsevier, s. 485–498.

Couturat Louis (1901), *La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Paris, przedruk Hildesheim: Georg Olms Verlagsbuchhandlung.

Gordon Mieczysław (1974), *Leibniz*, Warszawa: Wiedza Powszechna.

Krajewski Stanisław (2003), *Twierdzenie Gödla i jego interpretacje filozoficzne – od mechanicyzmu do postmodernizmu*, Warszawa: IFiS PAN.

Krajewski Stanisław (2011), *Czy matematyka jest nauką humanistyczną?*, Kraków: Copernicus Center Press.

Krajewski Stanisław (2015), *Penrose's metalogical argument is unsound*, w: J. Ladyman, S. Presnell, G. Mccabe, M. Eckstein, A.J. Szybka (ed.), *Road to Reality with Roger Penrose*, Kraków: Copernicus Center Press, s. 87–104.

Marciszewski Witold (1997), *Leibniz's Idea of Automated Reasoning Compared with Modern AI*, „Studies in Logic, Grammar and Rhetoric" 1 (14).

Rescher Nicholas (1954), *Leibniz's Interpretation of his Logical Calculi*, „Journal of Symbolic Logic" 19, s. 1–13.

Streszczenie

Marzeniem Leibniza było, aby zmechanizować rozumowania tak, by stały się podobne do obliczeń maszynowych. Dzisiejszy sposób ujęcia tego planu to pomysł, by zaprogramować proces rozumowania. Twierdzenie Gödla zakwestionowało realność tego marzenia – nawet w odniesieniu do matematyki. Nie wyklucza ono jednak tego, że cała dostępna ludziom matematyka mogłaby być zaprogramowana przez hipotetyczną nadludzką inteligencję. Zarazem jest widoczne, że od kilkudziesięciu lat rozwijają się komputery, robotyka, sztuczna inteligencja, czyli w praktyce marzenie Leibniza ulega stopniowej realizacji. Ponadto, wbrew wyobrażeniom Leibniza, nawet percepcja jest częściowo symulowana maszynowo. Mimo wielkich sukcesów sztuczna inteligencja napotyka fundamentalne przeszkody. Ich wspólnym mianownikiem jest konieczność uwzględniania kontekstu.